Übungen zu
Grundlagen der Informatik für Studierende des Maschinenbaus
im Sommersemester 2001
(Dipl.-Inf. Jörg Barner)

Aufgabe 1: Zahlenkonvertierung
Stellen Sie die folgenden Zahlen jeweils als Dual-/Oktal-/Dezimal- und Sedezimalzahl (= Hexadezimalzahl) dar:

a) 11001101_2

b) AFFE_{16}

c) 54321_{10}

Stellen Sie $0,1_{10}$ als Dualzahl dar.

Lösung:

a) 11001101_2 wird mit Hilfe der *Multiplikationsmethode* in das Dezimalsystem konvertiert. Es wird im Zielsystem (=Dezimalsystem) gerechnet:

Ziffern	1	1	0	0	1	1	0	1
		2	6	12	24	50	102	204
Summe	1	3	6	12	25	51	102	$\underline{\underline{205}}$

D.h. $11001101_2 = 205_{10}$. Auf dieselbe Weise konvertieren wir nun ins Sedezimalsystem, es muß also jetzt im Sedezimalsystem gerechnet werden!

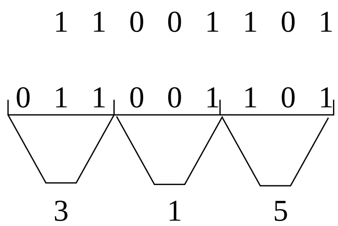
Ziffern	1	1	0	0	1	1	0	1
		2	6	C	18	32	66	CC
Summe	1	3	6	C	19	33	66	$\underline{\underline{\mathrm{CD}}}$

Es gilt demnach $11001101_2 = \mathrm{CD}_{16}$. Schließlich konvertieren wir auch noch ins Oktalsystem:

Ziffern	1	1	0	0	1	1	0	1
		2	6	14	30	62	146	314
Summe	1	3	6	14	31	63	146	$\underline{\underline{315}}$

Also ist $11001101_2 = 315_8$. Das Rechnen in einem Anderen als dem Dezimalsystem ist für die meisten Menschen ungewohnt und dadurch fehleranfällig. Für die Konvertierung vom Dualsystem in das Oktal- und Sedezimalsystem empfiehlt sich aus diesem Grund die Verwendung einer anderen Methode, die sich die Eigenschaft zunutze macht, daß die drei Basen 2, 8 und 16 Zweierpotenzen sind: Aus der Dualdarstellung einer Zahl gewinnt man durch *Zerlegen in Dreierblöcke* und anschließendes *blockweises Konvertieren* der Dualziffern die Ziffern im Oktalsystem. Das Zerlegen in Viererblöcke und mit anschliessendem Konvertieren der Blöcke liefert die Ziffern im Sedezimalsystem:

Umwandlung Dual / Oktalsystem:

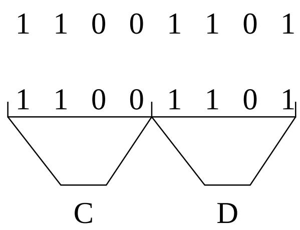


Dualzahl

Zerlegen in Dreierbloecke

Blockweises Konvertieren vom Dual- ins Oktalsystem liefert die Oktalziffern und damit die gesuchte Zahl im Zielsystem.

Umwandlung Dual / Sedezimalsystem:

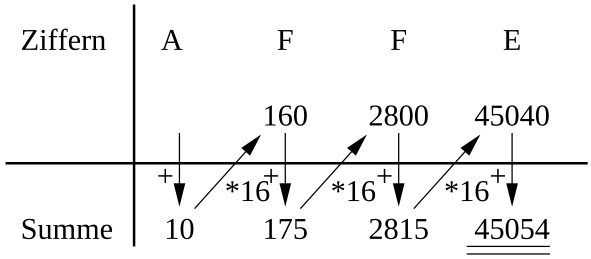


Dualzahl

Zerlegen in Viererbloecke

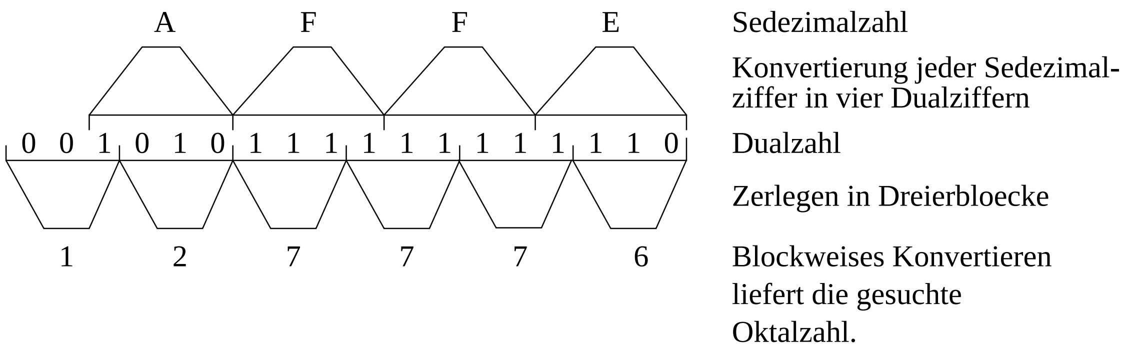
Blockweises Konvertieren liefert die gesuchte Sedezimalzahl.

b) Die Hexadezimalzahl AFFE_{16} wird zunächst mit der Multiplikationsmethode ins Dezimalsystem überführt. Es wird im Zielsystem = Dezimalsystem gerechnet:



Wir erhalten: $\text{AFFE}_{16} = 45054_{10}$. Nun konvertieren wir AFFE_{16} durch die Umkehrung des Blockbildungsverfahrens aus a) in das Dualsystem und von dort durch Blockbildung weiter in das Oktalsystem.

Umwandlung Sedezimal / Dual / Oktalsystem:



Es gilt demnach: $\text{AFFE}_{16} = 1010111111111110_2 = 127776_8$.

c) Die Dezimalzahl 54321_{10} wird duch Anwendung der *Divisionsmethode* in das Dualsystem konvertiert:

54321 : 2 =	27160	Rest 1
27160 : 2 =	13580	Rest 0
13580 : 2 =	6790	Rest 0
6790 : 2 =	3395	Rest 0
3395 : 2 =	1697	Rest 1
1697 : 2 =	848	Rest 1
848 : 2 =	424	Rest 0
424 : 2 =	212	Rest 0
212 : 2 =	106	Rest 0
106 : 2 =	53	Rest 0
53 : 2 =	26	Rest 1
26 : 2 =	13	Rest 0
13 : 2 =	6	Rest 1
6 : 2 =	3	Rest 0
3 : 2 =	1	Rest 1
1 : 2 =	0	Rest 1

Wir haben also $54321_{10} = 1101010000110001_2$. Für die Konvertierung in das Oktal und Sedezimalsystem verwenden wir ebenfalls die Divisionsmethode:

Konvertierung Dezimal / Sedezimalsystem:

54321 : 16 =	3395	Rest 1
3395 : 16 =	212	Rest 3
212 : 16 =	13	Rest 4
13 : 16 =	0	Rest D

Konvertierung Dezimal / Oktalsystem:

54321 : 8 =	6790	Rest 1
6790 : 8 =	848	Rest 6
848 : 8 =	106	Rest 0
106 : 8 =	13	Rest 2
13 : 8 =	1	Rest 5
1 : 8 =	0	Rest 1

D.h. es ist $54321_{10} = \mathrm{D}431_{16} = 152061_8$.

d) Für die Konvertierung der Zahl $0{,}1_{10}$ in das Dualsystem verwenden wir das in der Vorlesung vorgestellte *Quellverfahren für rationale Zahlen* (d.h. es wird im Quellsystem gerechnet).

Konvertierung Dezimal / Sedezimalsystem:

0,1 * 2 =	0,2	Übertrag 0
0,2 * 2 =	0,4	Übertrag 0
0,4 * 2 =	0,8	Übertrag 0
0,8 * 2 =	1,6	Übertrag 1
0,6 * 2 =	1,2	Übertrag 1
0,2 * 2 =	0,4	Übertrag 0
0,4 * 2 =	0,8	Übertrag 0
0,8 * 2 =	1,6	Übertrag 1
0,6 * 2 =	1,2	Übertrag 1
	⋮	

Es ist demnach $0,1_{10} = 0,0\overline{0011}_2$.

Aufgabe 2: Rechnen in verschiedenen Zahlensystemen
Berechnen Sie im jeweiligen Zahlensystem:

a) $11001_2 + 11001_2$

b) $11101_2 - 1011_2$

c) $9FC3_{16} + 25AC_{16}$

d) $11001_2 \cdot 11001_2$

Führen Sie die Subtraktion in Teilaufgabe b) unter Verwendung des Zweierkomplementes durch.

Lösung:

2a) Rechnen im Dualsystem

$$
\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
+ & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

2b) Rechnen im Dualsystem unter Verwendung des Zweierkomplements.

11101 - 01011

$$
\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
+ & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
(1) & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

Komplement
+ 1 wegen Zweierkompl,

2c) Rechnen im Sedezimalsystem

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 9 & F & C & 3 \\
+ & 2 & 5 & A & C \\
\hline
 & C & 5 & 6 & F
\end{array}
$$

2d) Rechnen im Dualsystem   11001 * 11001 (dezimal: 25*25)

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & * & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\
 & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\
 & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}
$$

(dezimal: 625)

Aufgabe 3: Gleitpunktzahlendarstellung
Gegeben sei eine Maschine, in der Gleitpunktzahlen im folgenden Speicherwortformat dargestellt werden:

15	14 ... 8	7 ... 0
VZ	CHARAKTERISTIK	MANTISSE

Die Mantisse liegt hierbei in normalisierter Form vor, mit der Kommastelle links vor Bit 7. Die Charakteristik ergibt sich aus der Summe von 2^6 und dem Exponenten zur Basis 2. 0 (1) ist das Vorzeichenbit für eine positive (negative) Zahl.
Bestimmen Sie den dezimalen Wert einer solchen Zahl, wenn die Hexadezimaldarstellung des Speicherwortes $C3C8_{16}$ lautet.
Können Sie ein anderes Bitmuster (= Speicherinhalt) angeben, das ebenfalls die vorgegebene Zahl codiert?

Anmerkung: Die Mantisse M liegt genau dann in normalisierter Form vor wenn

$$0.1_2 \leq M < 1.0_2 \quad \text{für } M \neq 0$$

gilt, d.h. das höchstwertige Bit der normierten Mantisse ist immer gesetzt. Um die Mantisse zu normalisieren verschiebt man das Mantissen-Bitmuster um soviele Stellen nach links, bis das höchstwertige Mantissenbit 1 ist (dabei werden von rechts Nullen eingesetzt). Das Verschieben eines Bitmusters nach links entspricht der Multiplikation der dem Bitmuster entsprechenden Dualzahl mit 2_{10}. Um diese Multiplikation zu neutralisieren, muss der Exponent bzw. die Charakteristik bei jedem *Linksshift* um 1 erniedrigt werden (entspricht einer Division durch 2_{10}).

Lösung: Es gilt $C3C8_{16} = 1100001111001000_2$. In Dualdarstellung ist die Gleitpunktzahl also wie folgt aufgebaut:

15	14 ... 8	7 ... 0
1	1 0 0 0 0 1 1	1 1 0 0 1 0 0 0
VZ	CHARAKTERISTIK	MANTISSE

Es gilt

$$\begin{aligned} \text{Exponent} &= \text{Charakteristik} - 2^6 \\ &= 1000011_2 - 1000000_2 \\ &= 11_2 = 3_{10} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir:

$$Z \approx (-1)^1 * 0,11001000 * 2^3 = -110,01_2 = 6,25_{10}$$